SIMULARE JUDEȚEANĂ - IANUARIE 2026
EXAMENUL NAȚIONAL DE BACALAUREAT 2026
PROBA E.c)
MATEMATICĂ M_mate-info

Filiera teoretică, profil real, specializarea matematică- informatică

- **Toate subiectele sunt obligatorii. Se acordă 10 puncte din oficiu.**
- **Timpul de lucru efectiv este de 3 ore.**

SUBIECTUL I **(30 de puncte)**

5p **1.** Calculați modulul numărului complex $z=\frac{2+i}{2-i}-\frac{3}{5}$, unde $i^2=-1$.

5p **2.** Arătați că vârful parabolei asociată funcției $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$, $f(x)=x^2+4x+5$ este situat pe dreapta de ecuație x+3y-1=0.

5p **3.** Rezolvați în mulțimea numerelor reale ecuația $\left(\frac{1}{9}\right)^{x-1}=3\sqrt{3}$.

5p **4.** Calculați probabilitatea ca, alegând la întâmplare un număr natural de trei cifre, acesta să nu aibă cifre egale.

5p **5.** Triunghiul ABC este dreptunghic în A, cu $AB=5$ și $AC=12$. Arătați că lungimea vectorului $\overrightarrow{AB}+\overrightarrow{AC}$ este 13.

5p **6.** Demonstrați că $\frac{1+\sin^2 x}{2+ctg^2 x}+\frac{1+\cos^2 x}{2+tg^2 x}=1$, pentru orice $x\in\left(0,\ \frac{\pi}{2}\right)$.

SUBIECTUL al II- lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră matricea $A(m)=\begin{pmatrix} m & 2 & 1 \\ 1 & -1 & m \\ 2 & 1 & 2 \end{pmatrix}$ și sistemul de ecuații $\begin{cases} mx+2y+z=-2 \\ x-y+mz=m+3 \\ 2x+y+2z=2m \end{cases}$, unde m este un număr real.

5p **a)** Calculați det(A(0)).

5p **b)** Determinați valoarea lui m pentru care sistemul este compatibil nedeterminat.

5p **c)** Pentru m =1, determinați soluțiile (x_0, y_0, z_0) ale sistemului, pentru care $x_0^2+z_0^2=y_0^2$.

2. Pe mulțimea $G=(0,+\infty)$ definim legea de compoziție asociativă $x*y=\frac{xy}{x+y}$.

5p **a)** Arătați că $x*y=\left(\frac{1}{x}+\frac{1}{y}\right)^{-1}$, pentru orice $x,y\in G$.

5p **b)** Determinați valorile naturale nenule ale numărului n, pentru care $n*\frac{1}{n}\geq 1*\frac{1}{2}*\frac{1}{3}$.

5p **c)** Arătați că $\left(\sqrt{2}+1\right)*\left(\sqrt{3}+\sqrt{2}\right)*\left(\sqrt{4}+\sqrt{3}\right)*\ldots*\left(\sqrt{100}+\sqrt{99}\right)$ este un număr rațional.

SUBIECTUL al III -lea **(30 de puncte)**

1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$.

5p **a)** Arătați că $f'(x) = \frac{3-3x}{(x^2+3)\sqrt{x^2+3}}, x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați ecuația asimptotei la graficul funcției spre $+\infty$.

5p **c)** Demonstrați că funcția $g : (-\infty, 1] \rightarrow (-1,2], g(x) = \frac{x+3}{\sqrt{x^2+3}}$ este bijectivă.

2. Fie funcția $f_n: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f_n(x) = cos^n x$, unde n$\in \mathbb{N}^*$.

5p **a)** Calculați $\int f_1(x)dx, x \in \mathbb{R}$.

5p **b)** Determinați primitiva funcției $f_2(x)$ a cărei grafic trece prin punctul de coordonate (π, π).

5p **c)** Fie $F_n(x) = \int f_n(x)\,dx, x \in \mathbb{R}$, n$\in \mathbb{N}^*$. Demonstrați că:
$F_n(x) = \frac{1}{n} \cdot sinx \cdot cos^{n-1}x + \frac{n-1}{n} F_{n-2}(x)$, pentru orice n$\geq 3$.